

**Esame di ammissione
alla Scuola Superiore di Udine
Prova scritta di informatica – 3/9/09**

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Si considerino le seguenti due classi di permutazioni, che chiameremo *permutazioni base*, operanti su sequenze di numeri interi:

- rotazione della sequenza (esempi: $\langle 1, 2, 3, 4, 5 \rangle \rightarrow \langle 2, 3, 4, 5, 1 \rangle$ e $\langle 1, 2, 3, 4, 5 \rangle \rightarrow \langle 5, 1, 2, 3, 4 \rangle$);
- permuta di una coppia di elementi distanti tra loro due posizioni (esempi: $\langle 1, 2, 3, 4, 5 \rangle \rightarrow \langle 3, 2, 1, 4, 5 \rangle$, $\langle 1, 2, 3, 4, 5 \rangle \rightarrow \langle 1, 4, 3, 2, 5 \rangle$).

Mostrare come le sequenze $\langle 1, 3, 2 \rangle$ e $\langle 2, 1, 4, 3 \rangle$ possano essere ordinate, in ordine crescente, utilizzando unicamente permutazioni base.

Dimostrare che le sequenze $\langle 3, 1, 4, 2 \rangle$ e $\langle 3, 1, 4, 2, 5, 6 \rangle$ non sono ordinabili utilizzando unicamente permutazioni base.

Proporre un criterio volto a stabilire se, data una generica sequenza, questa sia ordinabile utilizzando unicamente permutazioni base.

Descrivere a somme linee un algoritmo che ricevuto in ingresso una sequenza di numeri interi, determini se questa sia ordinabile e, nel caso, determini una sequenza di permutazioni base che la ordini. Se possibile, proporre una soluzione non basata sulla ricerca esaustiva.

Si considerino i due punti precedenti nel caso in cui le permutazioni base siano la rotazione e l'inversione di un gruppo di 4 elementi consecutivi nella lista (esempi: $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6 \rangle \rightarrow \langle 4, 3, 2, 1, 5, 6 \rangle$, $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6 \rangle \rightarrow \langle 1, 5, 4, 3, 2, 6 \rangle$).

2. Un grafo è definito come un insieme di punti, chiamati nodi, collegati tra di loro attraverso degli archi. Ogni arco collega tra loro due nodi in entrambe le direzioni.

Un grafo si dice *connesso* se a partire da un nodo è possibile raggiungere qualsiasi altro nodo attraverso una concatenazione di archi.

In un grafo connesso, un nodo si dice *critico* se la sua rimozione, e quella dei nodi ad esso incidenti, porta alla formazione di un grafo non connesso.

Si consideri la seguente rappresentazione per il grafo: si designano gli n nodi utilizzando i primi n numeri naturali e quindi si associa ad ogni nodo la lista di nodi a cui questi è direttamente collegato tramite un singolo arco.

- Scrivere una procedura che ricevuta in ingresso la rappresentazione di un grafo determina se questi è connesso oppure no.
- Scrivere una seconda procedura che ricevuta in ingresso la rappresentazione di un grafo connesso elenca l'insieme dei suoi nodi critici.

3. In alcuni casi il prodotto di due numeri può essere ottenuto per rotazione delle cifre, per esempio $179487 \times 4 = 717948$. Scrivere un programma che, dati una base b e un fattore h , compreso tra 2 e $b - 2$, calcoli il più piccolo intero n , maggiore di b per cui la rappresentazione in base b di $h \times n$ sia una rotazione, di un qualsiasi numero di posizioni, di n . Nota: è lecito per il programma divergere nel caso in cui l'intero n non esista.

Indicazioni su come presentare le soluzioni.

La descrizione dei programmi va fatta spiegando a parole le idee base e fornendo, ove richiesto, una descrizione più formale del programma. Questa descrizione può essere fatta nel formalismo che si ritiene più opportuno. È possibile utilizzare un linguaggio di programmazione standard (quali C, Pascal, Java, Scheme, ...) o più informalmente utilizzare un linguaggio di progetto (per esempio, un linguaggio nella forma Pascal-like). Eventualmente si possono utilizzare anche i diagrammi di flusso. Nel presentare i programmi, si possono tralasciare aspetti non centrali, quali l'acquisizione dei dati, la stampa del risultato, il controllo della consistenza dei dati in ingresso. Si raccomanda comunque di commentare i programmi proposti.