

107



Esame di Ammissione - A.A. 2023/24
Prova Scritta di Matematica - A

5 settembre 2023

1. Un tarlo, contemplando un cubo formato da 27 cubetti di legno ritiene di poter entrare in uno dei cubetti, passare in uno adiacente e così di seguito; sempre da un cubetto ad uno adiacente, fino a raggiungere quello centrale, dopo essere passato una ed una sola volta attraverso tutti i 27 cubetti. Pensi che il progetto del tarlo sia realizzabile? Se lo è, si mostri un cammino possibile, in caso contrario si spieghi il perché.
2. Si provi l'esistenza di infiniti numeri primi della forma $4k - 1$, con k numero naturale.
3. 24 volontari vengono assegnati a tre scuole. Le regole di allocazione sono le seguenti: ogni scuola accetta almeno un volontario e nessuna coppia di scuole può avere assegnato lo stesso numero di volontari. Tutti i 24 volontari sono assegnati ad una ed una sola scuola. Quante sono le possibili suddivisioni del numero di volontari tra le tre scuole?
4. Sia AB una corda di una circonferenza C e P un punto di C . Siano poi Q la proiezione di P su AB ed R ed S le proiezioni di P sulle tangenti alla circonferenza in A e B . Si dimostri che (la lunghezza di) PQ è la media geometrica di (delle lunghezze di) PR e PS .
5. Esprimere i coefficienti del polinomio $p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ utilizzando le quantità $a = x_1 + x_2 + x_3$, $b = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ e $c = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ che si suppongono note.