

MATEMATICA B

Esercizio 1. In una comunità composta da maschi e femmine vale la seguente struttura poligamica:

1. ogni coppia di maschi distinti condivide una ed un'unica femmina (nel senso che esiste un'unica femmina coniugata con entrambi);
2. ogni coppia di femmine distinte condivide uno ed un'unico maschio;
3. ci sono quattro femmine tali che nessun maschio sia coniugato con più di due di queste.

Si chiede, giustificando la risposta,

- a) se questa struttura comporta la parità di genere;
- b) se ciascun maschio è coniugato con 50 femmine, qual è il numero totale degli individui di questa comunità?

Esercizio 2. Trovare le soluzioni dell'equazione

$$\sqrt{1 + \sin(2x)} - \sqrt{1 - \sin(2x)} = 2 \sin x$$

nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.

Esercizio 3. Per quali valori del parametro $k \in \mathbb{Z}$ la disequazione

$$e^n + n^2 - 2k^2n \geq 0$$

vale, per ogni $n \in \mathbb{N}$?

Esercizio 4. Tre coccinelle c_1 , c_2 e c_3 sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato 1 metro. Al tempo $t_0 = 0$, con velocità costante pari a 1 metro al minuto, la coccinella c_1 si muove verso la coccinella c_2 , la coccinella c_2 si muove verso la coccinella c_3 e la coccinella c_3 si muove verso la coccinella c_1 . Si dimostri che le coccinelle si incontrano dopo un tempo finito t al centro del triangolo e si calcoli il tempo t .

Esercizio 5. Ci sono 20 lampadine disposte in fila, e dobbiamo accenderne 6. In quanti modi si può fare questa scelta, in modo che non ci siano mai due lampadine consecutive accese?



Esercizio 6. Dato un triangolo ABC in cui l'angolo in A misura 120 gradi, siano F, G, H le intersezioni tra la bisettrice di un angolo (in A, C, B , rispettivamente) e il suo lato opposto, (vedi figura). Dimostrare che l'angolo $\angle GFH$ è retto.

