

Esame di ammissione alla Scuola Superiore Prova Scritta di Informatica

Risolvere i seguenti problemi il più possibile. La descrizione dei metodi va fatta spiegando prima a parole le idee di base, e poi fornendo una descrizione più formale degli stessi. Tale descrizione può essere fatta nel formalismo che si ritiene più opportuno. È possibile utilizzare un linguaggio di programmazione standard. Nel presentare i programmi si possono omettere dettagli non centrali, quali l'acquisizione dei dati, la stampa dei risultati, controlli di consistenza dei dati in input, ecc. Si raccomanda di commentare il codice proposto.

- Si consideri una matrice $n \times m$ di celle "colorate" con k colori, ossia ogni cella contiene un numero intero da 1 a k . Diciamo che due celle sono contigue se hanno un lato in comune. Si vuole determinare, in modo efficiente, la più ampia area di celle contigue dello stesso colore.
 - Si definisca un algoritmo che, data una matrice come descritta, restituisca la coordinata (x, y) di una cella all'interno dell'area contigua massimale.
 - Si determini la complessità temporale di tale algoritmo, ossia l'ordine dei numero dei passi da eseguire, in funzione dei parametri n, m, k .
 - Si determini la complessità spaziale di tale algoritmo, ossia la quantità di memoria da allocare durante l'esecuzione, in funzione dei parametri n, m, k . Si consideri sia la possibilità che la matrice in input sia immutabile, sia che possa essere modificata durante l'esecuzione.
- Alice e Bob stanno comunicando su una linea dati che ha una probabilità di errore p per ogni bit; si supponga che ogni bit abbia probabilità di errore indipendente. Per cercare di gestire questi errori, Alice e Bob decidono di inviare i dati in pacchetti di lunghezza fissa di $n > 2$ bit, seguiti da un codice di controllo che permette di rilevare fino a 2 bit errati; in tal caso, il pacchetto viene scartato (e reinviato). Qual è la probabilità Q che venga accettato un pacchetto contenente errori non rilevati?
- Si consideri il linguaggio \mathcal{L} sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ generato dalle seguenti regole grammaticali, dove S, A, B sono simboli non terminali:

$$S \rightarrow aSAb \quad S \rightarrow \epsilon \quad A \rightarrow bSBc \quad B \rightarrow a$$

- Che tipo di grammatica è questa, secondo la gerarchia di Chomsky?
 - Quali proprietà soddisfano i numeri di occorrenze di ogni lettera dell'alfabeto, in ogni stringa del linguaggio \mathcal{L} ?
- Dopo una notte di bagordi, Gervasio si sveglia nella piazza A di una città che non conosce, e le cui strade possono essere rappresentate con il grafo a lato. Ancora in preda ai fumi dell'alcool, inizia a vagare a caso: ogni volta che arriva in una piazza o incrocio, sceglie casualmente da che parte andare (possibilmente anche tornando sui suoi passi). In media, supponendo che il tempo di attraversamento di ogni strada sia costante e pari a 1, quanto tempo impiegherà Gervasio per arrivare alla stazione dei treni D ?

