



Esame di Ammissione - A.A. 2025/26
Prova Scritta di Matematica - A



1. In quanti modi possono essere collocate 4 pedine in una scacchiera 5×5 in modo che siano tutte su caselle dello stesso colore e che su ogni riga e su ogni colonna ci sia al massimo una pedina?

2. I fogli A4 sono caratterizzati dal fatto di poter essere tagliati a metà ottenendo due fogli rettangolari uguali più piccoli ma simili al precedente, ossia con le stesse proporzioni fra il lato maggiore e quello minore.

Si vuole riproporre la stessa idea in dimensione 3, tagliando a metà un parallelepipedo rettangolo, ottenendo così due piccoli parallelepipedo rettangoli uguali fra loro e simili a quello iniziale. Affinché ciò sia possibile, quali devono essere le proporzioni fra i lati di ciascuno dei parallelepipedo?

3. Siano α, β, γ le ampiezze degli angoli di un triangolo acutangolo. Dimostrare che se $\alpha < \beta < \gamma$ allora

$$\sin 2\alpha > \sin 2\beta > \sin 2\gamma$$

4. Dimostrare che $2^{2m} - 1$ è divisibile per 3 per ogni numero naturale m .

5. Trovare tutte le coppie (a, b) di numeri interi positivi tali che $p = \frac{a^2b}{a+b}$ è un numero (naturale) primo, dimostrando che non ce ne sono altre.

6. Sia E un insieme contenente dieci numeri naturali positivi minori o uguali a 100, tutti distinti fra loro. Dimostrare che esistono due sottoinsiemi $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$ non vuoti e disgiunti fra loro, tali che la somma degli elementi di A è uguale alla somma degli elementi di B .